

(ε, n_0) -Abschätzungen

Zeigen Sie, dass die nachstehenden Zahlenfolgen $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ gegen einen Grenzwertwert a konvergieren, und bestimmen Sie zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $n_0 = n_0(\varepsilon)$, so dass $|a - a_n| \leq \varepsilon$ für alle $n \geq n_0$ gilt (sogenannte (ε, n_0) -Abschätzung):

a) $a_n = \frac{n^2}{n^2 + 2n + 2},$

b) $a_n = \frac{2n^3i - 4n^4}{n^4 + 3ni - 1},$

c) $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{10}.$

Achtung: In b) bezeichnet i die imaginäre Einheit, die Zahlenfolge ist also komplex!